



INSTITUTO DE FÍSICA

uff Universidade Federal Fluminense

# Física XX

## Eletrostática

## Aula anterior

- Lei de Gauss.
- Campo de uma esfera oca.
- Campo e distribuição de carga de um condutor.
- Energia potencial de interação entre cargas.
- Conceito de Potencial elétrico

Energia potencial de interação entre duas cargas pontuais

$$dW = F dr \qquad dW_E = \frac{-1}{4\pi\epsilon_0} \frac{q_1 q_2}{r^2} dr \qquad \int dW_E = \frac{-1}{4\pi\epsilon_0} q_1 q_2 \int \frac{dr}{r^2}$$

$$\int dW_E = \frac{-1}{4\pi\epsilon_0} q_1 q_2 \int_{\infty}^x \frac{dr}{r^2} = \frac{-1}{4\pi\epsilon_0} q_1 q_2 \left[ -\frac{1}{r} \right]_{\infty}^x = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{q_1 q_2}{x}$$

$$W_F = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{q_1 q_2}{x} = U_F - U_I \qquad U_{\infty} = 0 \qquad U = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{q_1 q_2}{x}$$

Potencial eléctrico de uma carga pontual

$$U = QV_q$$



$$U = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{qQ}{r}$$

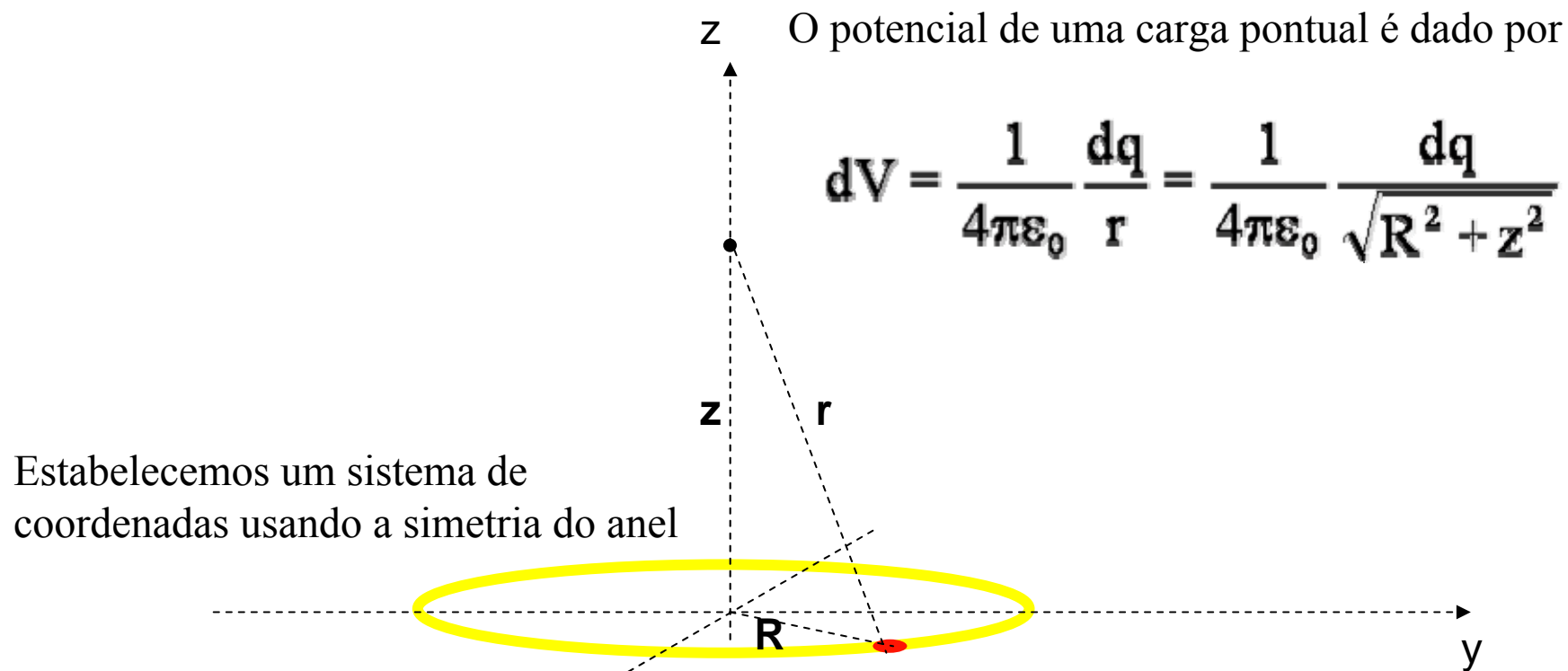


$$U = Q \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{q}{r} \Rightarrow V_q = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{q}{r}$$

## Cálculo do Potencial Elétrico Elementos Contínuos

Suponha um anel, de largura desprezível, carregado homogeneamente.

Vamos calcular o potencial elétrico num ponto em cima do seu eixo de simetria.



Quase todos os termos são constantes.

A soma das componentes só depende da soma das cargas.

$$\int dV = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{\int dq}{\sqrt{R^2 + z^2}} \Rightarrow V = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{Q}{\sqrt{R^2 + z^2}}$$

## Relação entre campo elétrico e potencial elétrico

$$dW = \vec{F} \cdot d\vec{r} = -\vec{F}_E \cdot d\vec{r} = -Q\vec{E} \cdot d\vec{r}$$

$$\int dW = Q \int -\vec{E} \cdot d\vec{r} = \Delta U = Q\Delta V$$

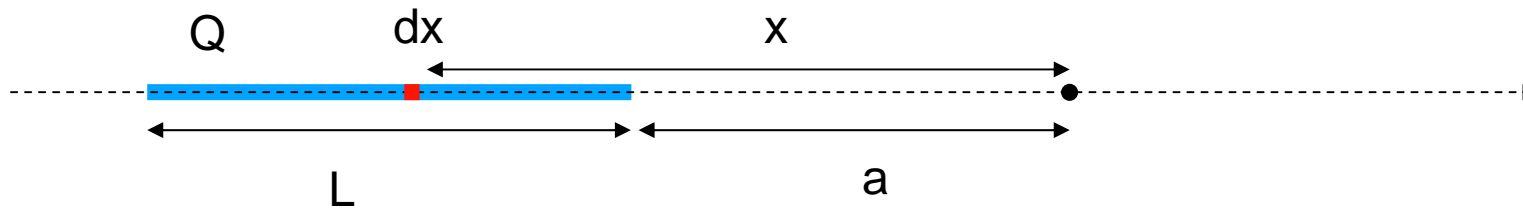
$$\Delta V = -\int \vec{E} \cdot d\vec{r}$$

$$V_B - V_A = -\int_A^B \vec{E} \cdot d\vec{r}$$

$$dV = -\vec{E} \cdot d\vec{r} = -E_x dx \qquad \frac{dV}{dx} = -E_x \Rightarrow E_x = -\frac{dV}{dx}$$

$$\vec{E} = -\left( \frac{dV}{dx} \hat{i} + \frac{dV}{dy} \hat{j} + \frac{dV}{dz} \hat{k} \right) = -\vec{\nabla} V$$

## Cálculo de Campo elétrico e potencial elétrico de uma barra finita

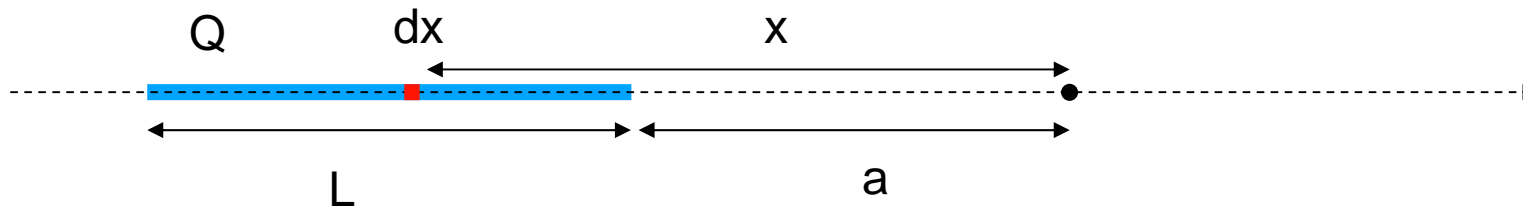


$$dE = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{dq}{x^2} \quad \frac{dq}{Q} = \frac{dx}{L} \quad dq = \frac{Q}{L} dx \quad dE = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{Q}{L} \frac{dx}{x^2}$$

$$\int dE = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{Q}{L} \int \frac{dx}{x^2} = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{Q}{L} \int_a^{a+L} \frac{dx}{x^2}$$

$$E = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{Q}{L} \left( -\frac{1}{x} \right)_a^{a+L} = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{Q}{L} \left( \frac{1}{a} - \frac{1}{a+L} \right) = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{Q}{a(a+L)}$$

## Cálculo de Campo elétrico e potencial elétrico de uma barra finita



$$E = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{Q}{a(a+L)} \quad V_B - V_A = -\int_A^B \vec{E} \cdot d\vec{r}$$

$$V_B - V_A = -\int_A^B E da = -\int_A^B \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{Q}{L} \left( \frac{1}{a} - \frac{1}{a+L} \right) da = -\frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{Q}{L} \left( \ln \frac{a}{a+L} \right)_A^B$$

$$V_B - V_A = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{Q}{L} \left( \ln \frac{B+L}{B} - \ln \frac{A+L}{A} \right)$$

Se usarmos a referência no infinito

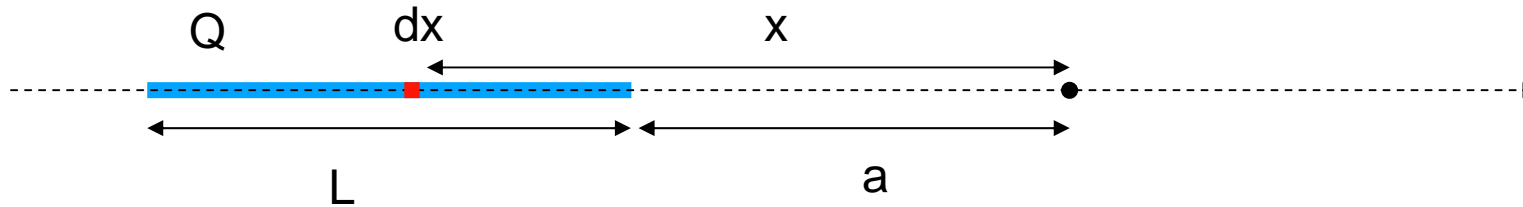
$$A \rightarrow \infty \Rightarrow V_A \rightarrow 0$$

$$\lim_{A \rightarrow \infty} \ln \frac{A+L}{A} \rightarrow \ln 1 = 0$$

$$B = a \Rightarrow V_a = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{Q}{L} \ln \frac{a+L}{a}$$



## Cálculo de Campo elétrico e potencial elétrico de uma barra finita

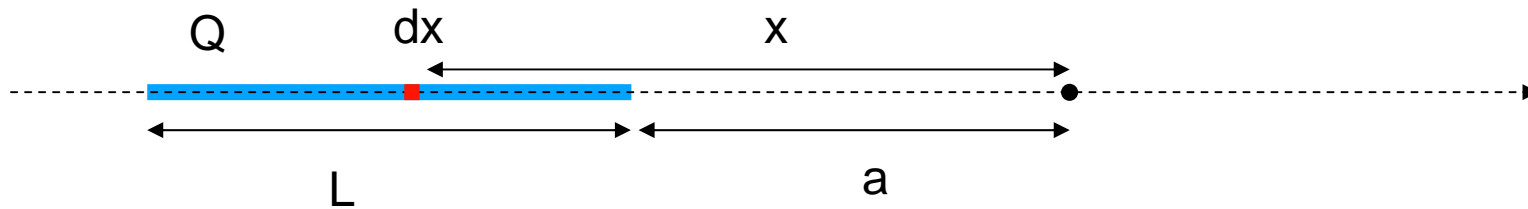


$$dV = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{dq}{x} \quad \frac{dq}{Q} = \frac{dx}{L} \quad dq = \frac{Q}{L} dx \quad dV = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{Q}{L} \frac{dx}{x}$$

$$\int dV = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{Q}{L} \int \frac{dx}{x} = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{Q}{L} \int_a^{a+L} \frac{dx}{x}$$

$$V = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{Q}{L} (\ln x)_a^{a+L} = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{Q}{L} \ln \frac{a+L}{a}$$

## Cálculo de Campo elétrico e potencial elétrico de uma barra finita

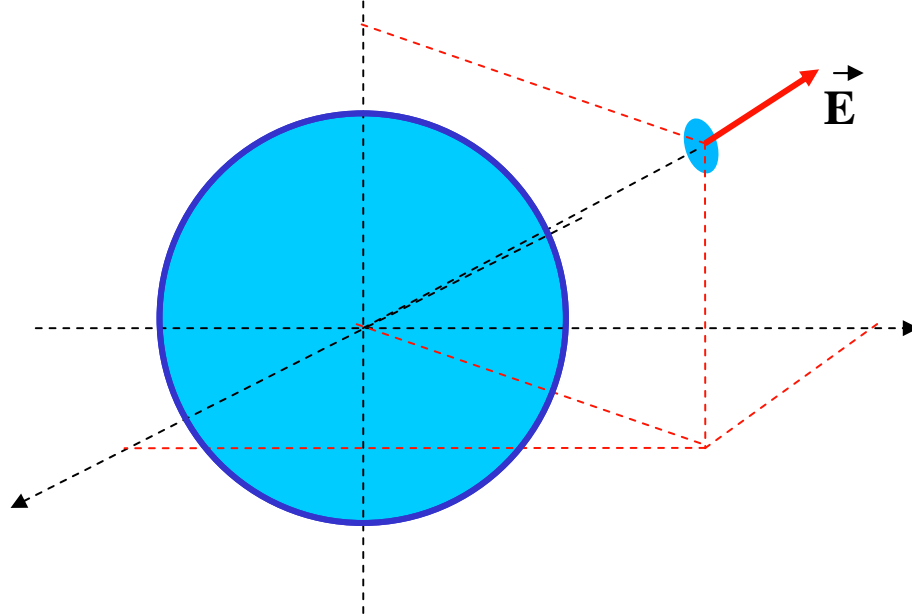


$$V = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{Q}{L} \ln \frac{a+L}{a}$$

$$E_a = -\frac{dV}{da} = -\frac{d}{da} \left( \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{Q}{L} \ln \frac{a+L}{a} \right) = -\frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{Q}{L} \frac{a}{a+L} \left( -\frac{L}{a^2} \right)$$

$$E_a = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{Q}{a(a+L)}$$

potencial elétrico de uma esfera



$$E = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{Q_T}{r^2}$$

$$V_B - V_A = - \int_A^B \vec{E} \cdot d\vec{r}$$

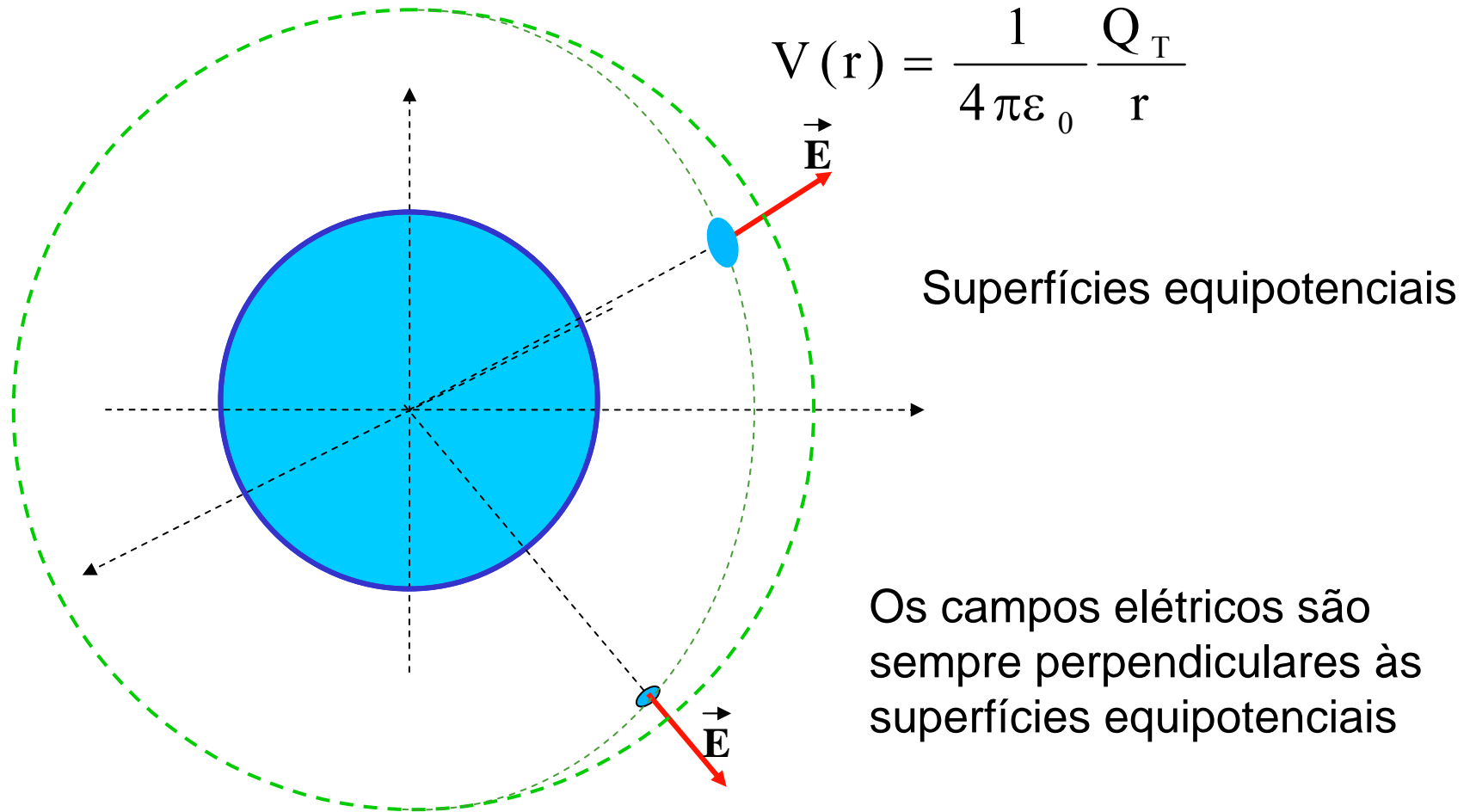
$$V_B - V_A = - \int_A^B E dr = - \int_A^B \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{Q_T}{r^2} dr = - \frac{1}{4\pi\epsilon_0} Q_T \left( -\frac{1}{r} \right)_A^B = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} Q_T \left( \frac{1}{B} - \frac{1}{A} \right)$$

Se usarmos a referência no infinito

$$A \rightarrow \infty \Rightarrow V_A \rightarrow 0$$

$$\lim_{A \rightarrow \infty} \frac{1}{A} \rightarrow 0$$

$$V(r) = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{Q_T}{r}$$



Se o campo elétrico é perpendicular à  $d\vec{r}$   
então  $V_A = V_B$

$$V_B - V_A = - \int_A^B \vec{E} \cdot d\vec{r}$$